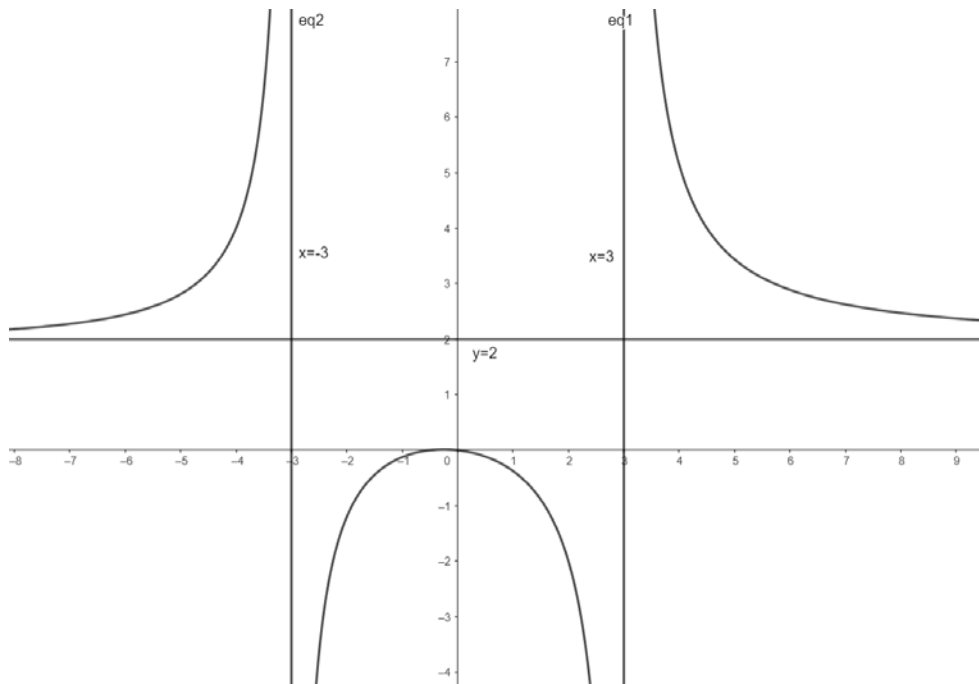


PROBLEMA

Il grafico rappresenta la funzione $f(x) = \frac{ax^3+bx^2+x}{x^2-c}$ e i suoi asintoti.



- Determina i valori di a, b, c
- Determina il dominio e classifica gli eventuali punti di singolarità
- Stabilisci se è possibile applicare il teorema di esistenza degli zeri nei seguenti intervalli.
 $I=[2,4]$, $I=[-2,1]$, $I=[-1, \frac{1}{4}]$
- Calcola gli zeri della funzione
- Considera la funzione $y = \ln(f(x))$, studiare il comportamento e disegnare il grafico probabile.

QUESITI: Scegli 5 dei seguenti quesiti

QUESITO 1.

Disegna il grafico di una funzione che soddisfa le seguenti condizioni:

- a. Il dominio sia $D: x \neq -1$ e l'insieme immagine sia $]-2, -\infty[$
- b. Abbia singolarità di seconda specie in $x=-1$ e la retta $x=-1$ sia un asintoto verticale sinistro.
- c. La retta di equazione $y=-2$ sia asintoto orizzontale destro e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

QUESITO 2.

Date le funzioni $f(x) = \frac{2x^2-1}{x-4}$ e $g(x) = \frac{ax^3+bx^2+1}{x^2+1}$

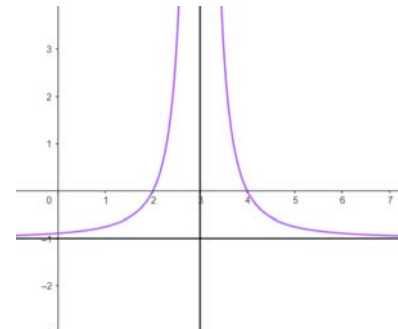
- a. Determina il dominio delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$
- b. Determina tutti gli asintoti di $f(x)$
- c. Trova a, b in modo che $f(x)$ e $g(x)$ abbiano un asintoto in comune.

QUESITO 3.

Un'azienda produce un bene che, prima di essere immesso sul mercato, viene sottoposto a un test di qualità. Se il bene è in perfette condizioni, supera sempre il test, mentre se presenta qualche difetto supera il test solo nel 5% dei casi. Supponiamo che il 2% della produzione presenti qualche difetto. Se una unità del bene supera il test, qual è la probabilità che sia ugualmente difettosa?

QUESITO 4.

- a. Dal grafico deduci il dominio, l'insieme immagine e i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow \pm\infty$ e per $x \rightarrow 3$.
- b. Quale tra le seguenti, potrebbe essere espressione di $f(x)$?
1. $y = \frac{4-x}{(x-3)^2}$ 2. $y = \frac{1}{(x-3)^2} - 1$ 3. $y = 1 - \frac{1}{x-3}$



QUESITO 5.

Considera la funzione $f(x)$ definita da: $f(x) = \begin{cases} c - x^2 & x < 2 \\ x^2 - cx + 1 & x \geq 2 \end{cases}$

Trova il valore del parametro c in modo che la funzione verifichi le ipotesi del teorema di Weierstrass in $I = [0,4]$

QUESITO 6.

Calcola la derivata della seguente funzioni in $x = -2$, utilizzando la definizione.

$$f(x) = \frac{4 - x^2}{x^2 - 2x + 2}$$

QUESITO 7.

Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{2x+4} - 1}{x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin x + 5x}{3\sin x - x}$$